

解析几何

课程编号：B1A09131A

课程中文名称：解析几何

课程英文名称：Analytic Geometry

开课学期：秋季

学分/学时：4/64

先修课程：无

建议后续课程：微分几何，黎曼几何，微分拓扑

适用专业/开课对象：数学专业/一年级本科生

团队负责人：严夺魁 责任教授：郭炳晖 执笔人：郭炳晖 核准院长：杨义川

一、课程的性质、目的和任务

解析几何是几何学的一个分支，是运用代数工具研究几何问题的一门学科。解析几何的基本思想是用代数的方法研究和解决几何问题，使空间几何结构代数化，这也是现代数学的主要研究角度之一。

本课程的教学目的：介绍空间解析几何的基本方法、基本知识和数形结合的基本观点，培养学生运用解析几何的方法解决几何问题的能力和空间想象的能力，训练学生严密的科学思维及分析问题、解决空间解析几何问题的能力，并为学习微分几何等其它后续课程打下良好的基础。

本课程的教学要求：通过本课程的教学，使学生受到几何直观化、逻辑推理、空间想象等方面的训练，明确空间直线、平面、二次曲面等基本概念及相关坐标化方法；扩大学生的知识领域，培养抽象的空间想象能力，运算能力和逻辑思维能力，能运用解析方法研究几何图形的性质，并对解析表达式予以几何解释。

本课程重点支持以下毕业要求指标点：

1.1 掌握数学中几何学的基本知识，并能应用于建立空间数学模型和求解数学方程。体现在掌握理解学习现代数学中空间图形、结构和关联关系所必需的数学理论基础和以解析形式出现的几何对应矩阵及方程的计算方法，具有基本的数形结合与空间思维数学素养，为学习后续几何类数学专业课程及进一步获取现代数学知识做好必要的准备。

1.2 掌握应用数学中数形结合与等价变换基本原理的能力，能够对典型的几何类数学模型、问题开展解析分析，对空间结构演化有一定程度的理解并具备开展面向工程应用复杂几何问题科

学研究的基本能力。

二、课程内容、基本要求及学时分配

通过由浅入深的介绍空间解析几何中的基本概念和基本方法，使相关的数形结合概念和知识构成一个完整的体系。

体系有以下三个特点：开篇增加第 0 章的内容，从整体上介绍解析几何的背景及课程体系；知识点依次分别围绕坐标法、向量法、坐标变换法和点变换法等方法将直线与平面、曲线与二次曲面以及非欧几何初步分别作为独立章节展开；将课程统一为使用代数方法研究空间图形这一主线的三个部分完成课程讲授的全部内容。

具体教学内容和基本要求如下：

第一部分 向量代数（11 学时）

学习要求

掌握向量的代数运算以及向量的内积，外积和混合积的基本概念和方法。

教学重点

向量的线性运算；向量的共线与共面；用坐标表示向量；线性相关与线性方程组；N 维向量空间；几何空间向量的内积；几何空间向量的外积；几何空间向量的混合积；平面曲线的方程。

毕业指标支持

重点支持毕业要求指标点 1.1。

教学内容		课时分配	
解析几何背景介绍及综述		1 学时	1 学时
第一部分： 向量代数	向量及其线性运算	1 学时	11 学时
	仿射坐标系和直角坐标系	2 学时	
	向量的内积	2 学时	
	向量的外积	2 学时	
	向量的混合积	2 学时	

第二部分 空间的平面和直线（12 学时）

学习要求

掌握把坐标法和向量法结合起来研究空间中平面和直线的方程以及它们的性质；掌握平面的方程、平面与点的相关位置、两平面的相关位置、直线与点的相关位置；了解平面束的基本概念。

教学重点

曲面的方程和空间曲线的方程；空间直线的方程；直线与平面的相关位置；空间两直线的相关位置；直线与点的相关位置。

毕业指标支持

重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2。

第二部分： 空间的平面和 直线	仿射坐标系中平面的方程	2 学时	12 学时
	仿射坐标系中两平面的相关位置	1 学时	
	直角坐标系中平面的方程	1 学时	
	直角坐标系中点到平面的距离	2 学时	
	空间直线的方程	2 学时	
	直线与平面的相关位置	2 学时	
	点、直线和平面之间的度量关系	2 学时	

第三部分 常见曲面（12 学时）

学习要求

掌握几种常见曲面：球面和旋转面，柱面和锥面，二次曲面，直纹面的概念、性质、画法和应用。

教学重点

球面、旋转面、柱面、锥面、二次曲面、直纹面等常见曲面的性质。

毕业指标支持

重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2。

第三部分： 常见曲面	球面和旋转面	3 学时	12 学时
	柱面和锥面	3 学时	
	二次曲面	2 学时	
	直纹面	1 学时	
	曲面的交线及画法	2 学时	
	曲面所围成的区域及画法	1 学时	

第四部分 坐标变换（6 学时）

学习要求

掌握平面的仿射变换的定义及应用，仿射变换的性质，仿射坐标系与仿射变换的坐标表示及仿射变换的分解；理解空间各种坐标变换及矩阵的初步知识。

教学重点

平面的仿射坐标变换及空间各种坐标变换的基本概念及相关方法。

毕业指标支持

重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2。

第四部分： 坐标变换	平面的仿射坐标变换	1 学时	6 学时
	矩阵的概念及矩阵运算	2 学时	
	平面直角坐标变换	1 学时	
	空间仿射及直角坐标变换	2 学时	

第五部分 二次曲线方程的化简及其性质（8 学时）

学习要求

掌握二次曲线方程的类型，掌握二次曲线方程的化简。理解二次曲线的不变量、对称中心、直径、对称轴和切线。

教学重点

二次曲线方程的化简方法，二次曲线的不变量、对称中心、直径和对称轴的概念和性质，二次曲线的作图方法。

毕业指标支持

重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2。

第五部分： 二次曲线方程的化简及其性质	二次曲线方程的化简与分类	2 学时	8 学时
	二次曲线的不变量	2 学时	
	二次曲线的对称中心	1 学时	
	二次曲线的直径和对称轴	2 学时	
	二次曲线的切线、双曲线和法线	1 学时	

第六部分 正交变换和仿射变换（10 学时）

学习要求

掌握平面的正交变换和仿射变换的基本概念、性质和方法。理解图形的度量性质和仿射性质以及空间的正交变换和仿射变换。了解二次曲线的正交分类和仿射分类形式。

教学重点

平面仿射变换与空间仿射变换的基本方法和应用，在仿射变换条件下图形的不变性质。

毕业指标支持

重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2。

第六部分： 正交变换和 仿射变换	映射	1 学时	10 学时
	平面的正交变换	2 学时	
	平面的仿射变换	2 学时	
	图形的度量性质和仿射性质	2 学时	

	二次曲线的正交分类和仿射分类	1 学时	
	空间的正交变换和仿射变换	2 学时	

三、教学方法

本课程作为数学各专业的必修基础课，内容具有较强的抽象性、逻辑性与复杂性。因此，本课程教学方法以教师为主导的启发式讲授教学法为主，研讨式、研究式和互动式教学为辅。课堂教学形式以课堂板书教学为主，多媒体课件教学为辅。。

通过由浅入深的介绍空间解析几何中的基本概念和基本方法，使相关的数形结合概念和知识构成一个完整的体系。开篇介绍解析几何的背景及课程体系，然后依次分别围绕坐标法、向量法、坐标变换法和点变换法研究空间图形的性质分六个部分完成课程讲授的内容。在教学过程中要求学生参加互动问答环节、撰写研究型论文环节以及阅读课外参考室环节，在上述环节的基础上对课程每个部分的习题和概念展开讨论。习题分配为每章教学内容课后 60%的习题、2-3 本课外参考书中的 25 个习题以及 35 个课程自主设计的阶段测试题目。

重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2。

四、教学安排及方式

课外教学环节：

本课程的课外教学环节分为两个方面：

课外预习、复习以及自主学习，重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2；

提出问题驱动的应用探索和撰写几何主题研究论文，重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2。

课外教学环节要求：

1. 做好课前预习，预习时以教材为主，了解相关的概念、定义、定理和定律。预习中认真思考，以便带着问题更主动地听课。课后要复习，复习时还应阅读参考教材，对相关定理、重要的演算过程自主进行推导、消化。认真整理课堂听课笔记。要求学生课外自主学习，学生课外阅读的参考资料以本大纲所列参考资料为主。

2. 提出问题驱动的应用探索环节让学生以小组为单位，通过查找文献、集中讨论等形式提出与课程理论内容相对应的实际应用问题并给出问题的几何解释与解决问题的思路方案。撰写几何主题研究论文环节让学生以个人为单位，通过检索论文、思考模型与研究建模等形式，针对特定

的解析几何问题提出自己的研究模型和科学结论，培养学生的自主创新能力。

五、考核方式及成绩评定

本课程考核以笔试为主，主要考核学生对基本理论、基本概念、运算技巧的掌握程度，以及学生的抽象思维能力、逻辑推理能力、数字计算能力以及综合运用知识的能力。

学生期末成绩结合平时成绩和考试成绩综合评定，其中平时成绩占 20%，期中论文+期末考试成绩占 80%。

平时成绩包括课堂到课率、课堂活跃程度、作业完成情况、文献调研整理能力等指标。重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2。

期中论文主要是围绕解析几何主题的研究型论文，论文成绩由评阅百分制给出成绩并占总成绩的 10%。重点支持毕业要求指标点 1.2。

期末考试成绩采用百分制计分制，采用闭卷考试形式，题型为选择题、填空题、简答题，占总成绩的 70%。重点支持毕业要求指标点 1.1、1.2。

六、教材和参考资料

建议教材：

[1] 《空间解析几何》，黄宣国著，复旦大学出版社，2009 版。

[2] 《解析几何》(第三版)，吕林根、许子道等编，高等教育出版社，2007 版。

参考书：

[1] 《普通高等教育"九五"教育部重点教材:解析几何》，邱维声，北京大学出版社，2004 版。

[2] 《普通高等教育"十一五"国家级规划教材:空间解析几何》，李养成，科学出版社，2007 版。