

概率统计 A

课程编号: A09B204A

课程中文名称: 概率统计 A

课程英文名称: Probability Theory and Mathematical Statistics

学时/学分: 48/3

开课学期: ☒春季, ☐秋季

先修课程: 高等数学, 或工科数学分析; 线性代数, 或工科高等代数

建议后续课程:

适用专业/开课对象: 理工科、经济管理专业(方向), 二年级本科生

团队负责人: 邢家省 责任教授: 执笔人: 邢家省 核准院长: 杨义川

一、课程的性质、目的和任务

概率统计与随机过程是工科大学的一门基础课。本课程的任务是使学生获得概率论、数理统计与随机过程的基本理论方法和基本运算技能, 学会对随机问题进行定量分析, 培养学生分析随机问题、解决随机问题的能力。本课程具有独特的科学方法意义, 并且能为后续课提供必要的数学理论基础, 为培养创新人才提供必要的知识结构。

二、课程内容、基本要求及学时分配

第一章 随机事件的概率(4 学时)

随机事件与样本空间; 概率的公理化定义与性质;

条件概率与乘法公式;

全概率公式与贝叶斯公式; 事件的独立性。

基本要求:

1. 理解随机事件和样本空间的概念, 掌握事件之间的关系与运算;
2. 理解并熟练掌握概率的古典定义, 会作计算;
3. 了解几何概率, 了解概率的统计定义、公理化定义;
4. 熟练掌握概率的基本性质, 会用于计算;
5. 理解并掌握条件概率的定义, 掌握乘法公式、全概率公式与贝叶斯公式;

6. 理解并会运用事件独立性的概念。

第二章 随机变量及其分布(4 学时)

随机变量；随机变量的分布函数； 离散型随机变量及其概率分布；

两点分布，二项分布，泊松（Poisson）分布；

连续型随机变量及其概率密度； 均匀分布，指数分布，正态分布。

基本要求：

1. 理解随机变量的概念；
2. 理解并熟练掌握分布函数、分布律、概率密度等概念及其性质，掌握分布函数与分布律，分布函数与概率密度的关系；
3. 掌握两点分布、二项分布、泊松分布、均匀分布、指数分布，熟练掌握正态分布，会查标准正态分布表。

第三章 二维随机变量的分布(6 学时)

二维随机变量及其联合分布； 边沿分布函数； 边沿分布律与条件分布律；
边沿概率密度与条件概率密度； 相互独立的随机变量。

基本要求：

1. 了解二维随机变量的概念，掌握联合分布函数、联合分布律、联合概率密度的概念和性质；
2. 掌握边沿分布的概念及其与联合分布的关系；
3. 掌握条件分布律的概念和计算；
4. 掌握条件概率密度的概念和计算；
5. 理解并会运用随机变量独立性的概念。

第四章 随机变量的函数的分布(6 学时)

离散型随机变量的函数的分布；

连续型随机变量的函数 $Y = g(X)$ ， $Z = X + Y$ ， $Z = \max(X, Y)$ ，

$Z = \min(X, Y)$ 的分布；

基本要求：

1. 掌握离散型随机变量（一维、二维）的函数的分布律的求法；
2. 掌握连续型随机变量的函数 $Y = g(X)$ ， $Z = X + Y$ ， $Z = aX + bY + C$ ， $Z = X^2 + Y^2$ 等的分布函数、概率密度的求法；

3. 若 X 、 Y 独立, $Z=\max(X, Y)$, $Z=\min(X, Y)$ 的分布函数、概率密度的求法;
4. 了解独立正态随机变量的线性函数仍服从正态分布, 熟练掌握正态随机变量标准化的方法。

第五章 随机变量的数字特征 (4 学时)

数学期望; 方差; 常用随机变量的数学期望和方差; 协方差和相关系数; 矩、协方差矩阵。

基本要求:

1. 理解并熟练掌握数学期望、方差的定义和性质, 会计算随机变量及其函数的数学期望、方差;
2. 掌握常用分布各参数与数字特征的关系;
3. 掌握协方差和相关系数的定义, 会判别两个随机变量的相关性;
4. 对于矩的一般概念和协方差矩阵, 有所了解即可。

第六章 大数定律和中心极限定理(2 学时)

契比雪夫不等式; 大数定律; 中心极限定理。

基本要求:

1. 掌握契比雪夫不等式;
2. 了解契比雪夫大数定理, 理解独立同分布的契比雪夫定理及其意义; 理解贝努里大数定理及其意义。
3. 了解独立同分布的中心极限定理和德莫佛—拉普拉斯定理。

第七章 统计量及其分布(4 学时)

总体和样本; 样本矩和统计量;

统计量的分布 (正态总体样本的线性函数的分布, χ^2 分布, t 分布, F 分布)。

基本要求:

1. 了解总体、个体、样本、统计量、顺序统计量等概念; 了解样本分布函数;
2. 熟练掌握样本均值、样本方差;
3. 熟练掌握正态总体样本的线性函数的分布; 熟练掌握 χ^2 分布, t 分布, F 分布的定义和性质, 会查分布函数表。

第八章 参数估计(4 学时)

参数的点估计; 点估计量的优良性; 置信区间;

一个正态总体均值和方差的区间估计；

二个正态总体均值差、方差比的区间估计。

基本要求：

1. 理解点估计的概念，熟练掌握矩法、极大似然估计法；
2. 掌握无偏估计、一致估计，了解最小方差无偏估计；
3. 理解区间估计的概念，掌握置信区间、置信度、置信限、单侧置信限等概念；
4. 熟练掌握一个正态总体均值和方差的区间估计。

第九章 假设检验(2 学时)

假设检验问题；

一个正态总体均值和方差的假设检验；

二个正态总体均值差、方差比的假设检验。

基本要求：

1. 理解假设检验的基本思想，掌握假设检验（双边检验，右边检验、左边检验）的方法；

2. 掌握一个正态总体均值和方差的假设检验；
3. 了解二个正态总体均值差、方差比的假设检验。

第十章 随机过程的基本概念(4 学时)

随机过程的定义及分类；随机过程的概率分布； 随机过程的数字特征。

基本要求：

1. 理解随机过程的定义，掌握随机过程的状态变量、样本函数，会求随机过程的一维、二维分布；
2. 熟练掌握随机过程的均值、方差、均方值、自相关函数、自协方差函数的概念及运算；
3. 了解两个随机过程的互相关函数、互协方差函数的概念及运算；
4. 对于两个随机过程的联合分布，相互独立性有所了解即可。

第十一章 平稳过程(6 学时)

严平稳过程；广义平稳过程；

正态平稳过程；遍历过程 。

基本要求：

1. 了解严平稳过程的概念及其数字特征的特点；

2. 掌握广义平稳过程的定义，并会判别；
3. 了解正态平稳过程；
4. 有所了解两个平稳过程平稳相关的概念；
5. 了解随机过程的时间均值、时间相关函数的概念；
6. 了解遍历过程及其数字特征。

第十二章 马尔可夫链(6 学时)

马尔可夫链的定义；

离散参数马尔可夫链；

连续参数马尔可夫链；

基本要求：

1. 了解马尔可夫链的定义；
2. 掌握离散参数齐次马尔可夫链的转移概率矩阵， n 步转移概率和切普曼—柯尔莫哥洛夫方程、平稳分布等；
3. 了解连续参数马尔可夫链；
4. 了解泊松过程和生灭过程。

三、教学方法

1. 课内以教师讲解为主，启发式，探究式讲述引入现象，概念，理论发展，课外学生自学和做习题，提出可以探索实践的课题，鼓励学生独立查阅参考资料，独立思考，提供可以思考论述的课题。
2. 课内外学时比为 1：1.5。

四、课内外教学环节及基本要求

教师对教材重点进行讲解，对概念知识的来源和发展趋势，以问题的形式明确提出，让同学们去查阅资料，在好奇心趋势下，进行科学探知研究性学习。培养学生思考问题，解决问题的能力。

五、考核方式及成绩评定

考试方式： 闭卷考试

期末总成绩： 期终考试占 90%，平时作业占 10%.

六、教材和参考资料

教材：

- [1] 概率统计教程[M]. 邢家省, 马健.北京: 机械工业出版社,2015 年 5 月.
- [2] 概率统计与随机过程[M].张福渊、郭绍建、萧亮壮、付丽华编, 北京航空航天大学出版社; 2012 年 1 月, 第 2 版。

参考资料：

- [1] 概率论与数理统计教程.茆诗松, 程依明, 濮晓龙. 高等教育出版社,2004 年.
- [2] 概率论与数理统计. 宗序平, 等.机械工业出版社,2007 年.
- [3] 概率统计与随机过程习题解集.邢家省.北京: 机械工业出版社,2010.